$$\nu = \overline{\Omega_1^{(1)}(\phi)}$$

$$\Omega_1^{(1)}(\phi) = \langle s|Q^{-1}DQ|s\rangle \tag{12}$$

となるが、すべての拡散係数が等しい時，(12) は明らかに正であるから乱流は発生しない。つまり乱流の発生にとっては拡散係数の相異は不可欠である。更に，$Q|s\rangle = d\mathbf{X}_0(\phi)/d\phi$ が軌道上の ϕ 点において軌道に接するベクトルであることに注意すれば乱流発生の条件の幾何学的解釈は容易になる。即ち，いま種々の拡散係数の間の差を大きくしていったとき，一般に D は $Q|s\rangle$ に作用することによって後者の方向を大きく変えることになるが，その結果，ついに $DQ|s\rangle$ が部分空間 $Q\cdot(|1\rangle, |2\rangle, \cdots |s-1\rangle)$ を横切って反対側に現われるとき，$\Omega_1^{(1)}(\phi)$ は負の量となる。軌道の一周に亘ってこのような寄与が dominant であるとき ν は負となる。

Theoretical Study of a Chemical Turbulence

九大理　藤　坂　博　一
九大工　山　田　知　司

乱流状態の統計力学の建設は長い間統計物理学者にとって重要な問題の一つである。流体力学では乱流状態を deterministic non-periodic flow [1] と解釈する仕方が一般的になりつつある。つまり，従来の狭い意味の不可逆過程の統計力学のように不規則性は project out された空間での dynamics に起因するのでなく，deterministic な微分方程式の非周期解に起因するという立場である。

このような観点にたって Kuramoto-Yamada は化学反応系の一つのモデル方程式

$$\frac{\partial w}{\partial t} = w + (1 + ic_1)\nabla^2 w - (1 + ic_2)|w|^2 w \ , \tag{1}$$

を simulate した。$\nu(\equiv 1 + c_1 c_2)$ が正のときは，周期解が安定になり，化学反応におけるパターンの形成の説明は基本的には $\nu > 0$ に対する式 (1) で解釈できる。一方，ν

が負のときはいかなる周期解も安定に存在せず，解は非周期的な不規則なふるまいをする。[2] この状態は化学乱流と名づけられた。化学乱流の存在に関しては実験的な側面からも期待し得るような結果が Zhabotinsky[3] によって得られている。

一方， Yamada-Kuramoto[3] は (1) から $\nu=0$ 近傍で w の amplitude を消去して得られた effective な式

$$\frac{\partial}{\partial t}\,\theta = \nu\nabla^2\theta - \nabla^4\theta + (\nabla\theta)^2\ , \tag{2}$$

を simulate し， $\nu>0$ および $\nu<0$ で解はそれぞれ規則的，不規則的な解が安定に存在することを見い出した。更に彼等は“定常な不規則状態”で θ_k (θ のフーリエ成分) の分散 $|\theta_k|^2$ (平均は時間について) が小さな k の領域で k^{-2} に比例することを見つけた。これは発達した流体乱流の Kolmogolov spectrum に対応するものである。

我々は一次元モデルで彼等の結果を理論的に考察した。[4] (2) の解は $\nu<0$ で非常に複雑に運動するのでこの運動を初期時刻に確率的に set された“揺ぎ”とみなして議論した。用いた近似は流体乱流における Kraichnan の direct interaction 近似と本質的に同じものである。更にここではマルコフ近似を用いた。これらの式は，くりこまれた damping rate Γ_k と分散 χ_k に関する self-consistent な式になっている。$\xi\equiv1/\sqrt{-\nu}$ とおくと， $k\ll\xi^{-1}$ で $\Gamma_k=\xi^{-4}(k\xi)^{\frac{3}{2}}$， $\chi_k=\xi^{-3}(k\xi)^{-2}$ ， $k\gg\xi^{-1}$ で $\Gamma_k=\xi^{-4}(k\xi)^4$， $\chi_k=\xi^{-3}(k\xi)^3\exp(-A\cdot k\xi)$ なる解析的な結果を得た。$k\gg\xi^{-1}$に対する χ_k は通常の乱流理論に従うと $\exp(-B\cdot(k\xi)^4)$ となる。しかしながら， Yamada-Kuramoto の未発表のデータを解析すると $\exp(-B\cdot(k\xi)^4)$ では殆んどあわず，むしろ上に述べた結果に非常によくあう。更に A の値も simulation の結果と D.I.A にもとづく我々の数値計算の結果は数パーセントの誤差で一致することがわかった。

我々は $k\gg\xi^{-1}$， $k\ll\xi^{-1}$ の極限では非常にいい結果を得たが， $k\approx\xi^{-1}$ では simulation と合わない。 simulation ではこの領域の χ_k に hump が生じるが，我々の結果には現われない。これは一次元では long-time tail の効果が重要になり，この領域では非マルコフ的な decay process を考慮しないと humpは説明できないのではないかと思われる。事実この効果はかなり大きいこともわかっている。

最後に， Kuramoto-Yamada によって見い出された化学乱流への転移は normal bifurcation 型である。これに関しては Ruelle-Takens の一般論[5]がある。我々は R−T理論と化学乱流の関連を現在調べている。

参　考　文　献

1) J.B.McLaughlin and P.C.Martin, Phys. Rev. **A12**(1975), 186.
2) Y.Kuramoto and T.Yamada, Prog. Theor. Phys. **56**(1976), 679.
T.Yamada and Y.Kuramoto, Prog. Theor. Phys. **56**(1976), 681.
3) A.M.Zhalotinsky, *Biological and Biochemical Oscillations* (ed. by B.Chance et al. Acad. Press, 1973)
4) H.Fujisaka and T.Yamada, to be published in Prog. Theor. Phys.
5) D.Ruelle and F.Takens, Commun. math. Phys. **20**(1971), 167.

散逸系の不安定性と非線型揺動

日電中研　　中　村　紀　一

§1. 序　　論

開放散逸系は不安定点以上の広い範囲でしばしば異常に大きい揺らぎを示す。これは開放系に於ける不安定性の特徴で，系に新しい運動が起っていることを示唆する。事実 Lorenz [1] はベナール問題の計算機実験で乱流の臨界点以上でストカスチックな性質をもつ非周期運動（strange attractor [2]）を得た。又，May [3]は生態系の差分方程式が同様な解をもつことを示した。我々はガン不安定性の計算機実験で，これと異なる運動を見出した。この運動は特別な場合として strange アトラクターを含み，異常揺らぎとして観測される。

§2. 計算機実験の結果

ガン不安定性は電界のフーリエ成分 X_m に対する次の運動方程式で記述される。[4]

$$\frac{dX_m}{dt} = \left[\left(\frac{p-m^2}{\xi}\right) - \xi g \sum_{m'=1}^{M} \left(1-\frac{1}{2}\delta_{m,m'}\right)|X_{m'}|^2\right] X_m + \frac{1}{2}(1+ima) \sum_{(m'+m''=m)} X_{m'} X_{m''} \quad (1)$$